

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab

Mathematisk-fysiske Meddelelser. I, 10.

---

# UNE ÉCHELLE DE CLARTÉ,

ET

REMARQUES SUR LA VISION A FAIBLE ÉCLAIRAGE

PAR

M. TSCHERNING



KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1918

Pris: Kr. 0,70

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskabs videnskabelige Meddelelser udkommer fra 1917 indtil videre i følgende 4 Rækker:

Historisk-filologiske Meddelelser,  
Filosofiske Meddelelser,  
Mathematisk-fysiske Meddelelser,  
Biologiske Meddelelser.

Prisen for de enkelte Hefter er 35 Øre pr. Ark med et Tillæg af 35 Øre for hver Tavle eller 50 Øre for hver Dobbelttavle. Hele Bind sælges dog til en billigere Pris (ca. 25 Øre pr. Ark med Tillæg af Prisen for Tavlerne).

Selskabets Hovedkommissionær er *Andr. Fred. Høst & Søn*, Kgl. Hof-Boghandel, København.

---



Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab  
Mathematisk-fysiske Meddelelser. I, 10.

---

# UNE ÉCHELLE DE CLARTÉ,

ET

REMARQUES SUR LA VISION A FAIBLE ÉCLAIRAGE

PAR

M. TSCHERNING



KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1918





EN regardant la flamme d'une bougie à travers un prisme faible ( $1^\circ$  à  $2^\circ$ ), on voit une pâle image de la flamme, située à quelque distance de la flamme elle-même, du côté du bord réfringent. Cette image est due à une double réflexion: la surface postérieure du prisme réfléchit une partie de la lumière; cette lumière rencontre la surface antérieure; il se fait là une deuxième réflexion, par laquelle une faible partie de la lumière est renvoyée vers l'œil. Les formules de FRESNEL<sup>1</sup> permettent de calculer la clarté de

<sup>1</sup> La lumière est polarisée par suite de la réflexion: elle se divise en deux parties; dans l'une, les oscillations ont lieu dans le plan d'incidence, dans l'autre perpendiculairement sur ce plan. En désignant l'intensité des rayons incidents par  $I_0$ , l'angle d'incidence par  $i$  et l'angle de réfraction par  $r$ , l'intensité de la première partie est de  $\frac{I_0 \operatorname{tg}^2(i-r)}{2 \operatorname{tg}^2(i+r)}$ , celle de la deuxième partie  $\frac{I_0 \sin^2(i-r)}{2 \sin^2(i+r)}$ ; à la deuxième réflexion, si l'angle  $i$  est le même, l'intensité de la première partie devient  $\frac{I_0 \operatorname{tg}^4(i-r)}{2 \operatorname{tg}^4(i+r)}$ , celle de la deuxième partie  $\frac{I_0 \sin^4(i-r)}{2 \sin^4(i+r)}$  et ainsi de suite. L'intensité de la lumière réfléchie est donc

$$\text{après une réflexion } I_1 = \frac{I_0}{2} \left( \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)} \right)$$

$$\text{après deux réflexions } I_2 = \frac{I_0}{2} \left( \frac{\sin^4(i-r)}{\sin^4(i+r)} + \frac{\operatorname{tg}^4(i-r)}{\operatorname{tg}^4(i+r)} \right) \text{ etc.}$$

Si les angles sont petits, on a  $I_1 = \frac{I_0}{2} \left( \frac{(i-r)^2}{(i+r)^2} + \frac{(i-r)^2}{(i+r)^2} \right) = I_0 \left( \frac{i-r}{i+r} \right)^2$  et, comme on peut mettre  $i = nr$ ,  $n$  étant l'indice de réfraction,

$$I_1 = I_0 \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2$$

$$\text{Si } n = 1.5 \quad I_1 = I_0 \left( \frac{0.5}{2.5} \right)^2 = I_0 \cdot 0,04$$

$$I_2 = I_0 \cdot 0,0016 \text{ etc.}$$

l'image: une surface de verre renvoie environ 4 % de la lumière incidente; si on met l'intensité de celle-ci = à 1, celle de l'image sera 0,0016, puisque la lumière a subi deux réflexions.

Mais ce n'est pas tout. Si on regarde bien, on découvre encore une deuxième image. Cette image est bien plus pâle que la précédente; il faut la chercher dans la même direction que celle-ci, du côté du bord réfringent, mais à peu près à la double distance de la flamme. L'image est si pâle, qu'il est difficile de l'apercevoir; il faut la voir sur un fond noir pour pouvoir la distinguer. Les rayons qui la forment ont subi quatre réflexions; l'intensité de la lumière est de  $0,04^4 = 0,00000256$  de celle de la lumière incidente. — Théoriquement on devrait encore pouvoir voir une troisième image, dûe à six réflexions, une quatrième dûe à huit réflexions etc., mais ces images sont trop pâles pour qu'on puisse les distinguer.

L'œil peut donc à la fois distinguer la flamme et ses deux images, malgré l'énorme différence de clarté. Cette faculté que possède l'œil, de pouvoir embrasser une échelle de clarté d'une étendue énorme, correspond aux conditions d'éclairage très variables dans lesquelles nous vivons. Lorsqu'un nuage vient passer devant le soleil, l'éclairage du paysage diminue de dix mille ou peut-être de cent mille fois, sans que cela nous gêne le moins du monde. — La loi de FECHNER nous explique comment cela soit possible: on ne peut guère se figurer qu'une sensation puisse être cent mille fois plus forte qu'une autre, mais d'après la loi de FECHNER, lorsque l'intensité de la lumière augmente de 1 à 100000, la sensation de clarté augmente de 1 à 5, ce qui est plus facile à concevoir.

J'ai essayé d'obtenir une mesure de la clarté d'un objet, en déterminant combien il faut diminuer cette clarté, pour que l'objet cesse d'être visible. J'ai pris comme unité la



clarté minima qu'on puisse distinguer, dans certaines conditions que j'indiquerai plus loin. On pourrait désigner cette unité comme unité physiologique. Je dirai donc que la clarté d'un objet est de mille unités physiologiques, s'il faut diminuer cette clarté mille fois, pour que l'objet cesse d'être visible. Souvent il est pourtant plus commode d'introduire les logarithmes: je dirai que le degré de clarté d'un objet est de 3, s'il faut diminuer sa clarté  $10^3 = 1000$  fois, avant qu'il disparaisse. Dans la suite je désignerai le degré de clarté par la lettre *c*.

Un simple prisme faible nous fournit déjà un moyen pour faire une mesure de clarté de cette sorte. On peut en effet faire varier la clarté des images accessoires à volonté en inclinant le prisme. Lorsqu'on augmente l'angle d'incidence, les images gagnent de clarté et on voit apparaître la troisième et la quatrième image qui n'étaient pas visibles tout à l'heure. On pourrait chercher l'angle d'incidence qui ferait tout juste apparaître une de ces images et ensuite calculer la clarté de l'objet au moyen de la formule de FRESNEL. Si j'ai un peu modifié les conditions, c'est qu'il est difficile, en se servant d'un simple prisme, d'écarter les images qui ne servent pas. L'observation de l'image pâle est gênée par la présence d'autres images plus claires. Au lieu du prisme je me sers de deux bandes de glace, larges de 6 cm et longues de 20 cm, placées parallèlement en face l'une de l'autre; les surfaces extérieures sont enduites d'un vernis noir, de manière à supprimer la deuxième réflexion. La glace I (fig. 1 A) est fixe, la glace II peut se déplacer parallèlement à elle même. — Le rayon  $LP_1$  passe par la fente *F* et rencontre la glace I sous un angle d'incidence *i*. Après réflexion il rencontre la glace II, en  $P_2$ , sous le même angle d'incidence, subit une deuxième réflexion et sort dans la direction  $P_2O$ , parallèle à  $LP_1$ . Un œil, placé en *O*, verrait donc une image pâle de l'objet dans la direction  $OP_2$ . Comme d'autre



part l'image doit être située sur la droite  $LL_1$ , perpendiculaire sur les glaces, elle doit se former en  $L_1$ , le point d'in-

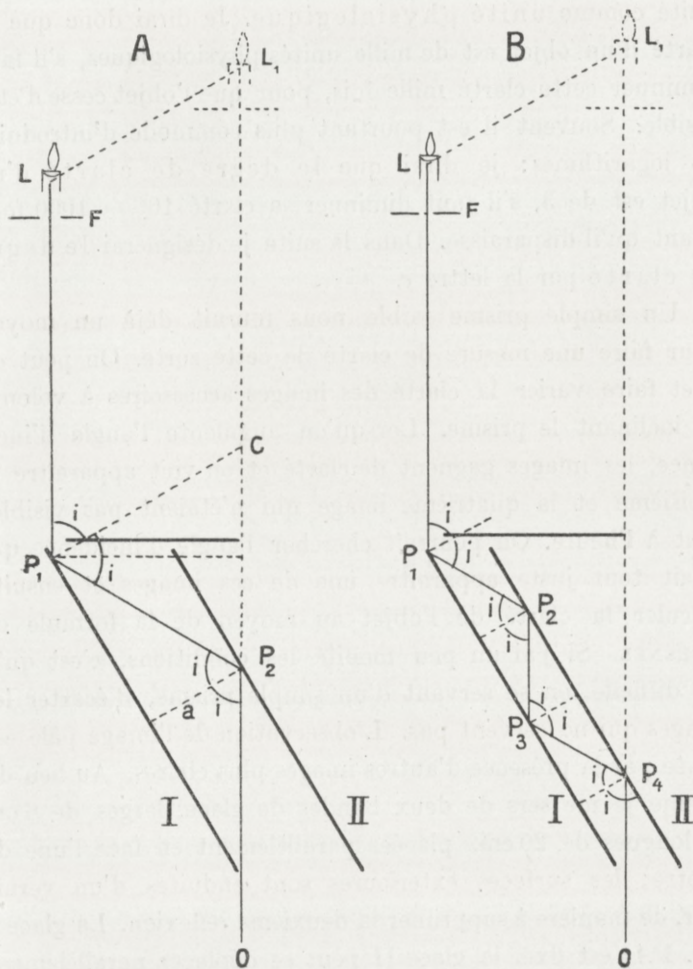


Fig. 1.

tersection de  $OP_2$  et  $LL_1$ . Sur la figure j'ai supposé l'œil placé de manière à viser près du bord de la glace fixe; s'il reste immobile à cet endroit et qu'on déplace la glace mobile un peu, l'image disparaît, parce que le rayon sortant

n'entre plus dans l'œil. L'image n'apparaît donc que lorsque la distance séparant les glaces a une longueur déterminée, qui dépend de la longueur des glaces et de l'angle d'incidence<sup>1</sup>. En désignant la longueur des glaces par  $l$  et la distance qui les sépare par  $a$ , la figure montre que l'image apparaît lorsque  $a = \frac{l}{2 \operatorname{tg} i}$ . — L'image est située un peu plus loin du plan de l'œil que l'objet; la différence est  $CD = 2a \cos i = \frac{l \cos i}{\operatorname{tg} i}$ ; elle dépend donc de l'angle d'incidence.

Lorsqu'on rapproche les glaces entre elles, l'image disparaît, mais à un moment donné on aperçoit une deuxième image, plus pâle que la première. Elle est le résultat de quatre réflexions répétées (Fig. 1 B) et apparaît lorsque la distance entre les glaces est  $a = \frac{l}{4 \operatorname{tg} i}$ . Ensuite cette image disparaît, il en apparaît une troisième, lorsque  $a = \frac{l}{6 \operatorname{tg} i}$ , une quatrième, lorsque  $a = \frac{l}{8 \operatorname{tg} i}$  et ainsi de suite, jusqu'à extinction complète de la lumière. — Les images se forment toutes au même endroit, en  $L_1$ .

Ce serait un effet du hasard, si l'une de ces images d'un objet donné correspondait juste à la limite de visibilité. Pour obtenir une dégradation continue de la lumière, j'ai placé les glaces sur une planchette (AA, Fig. 2), mobile autour du point  $P_1$ . On rapproche les glaces entre elles, jusqu'à ce qu'on ait trouvé la dernière image qui soit encore visible. Ensuite on diminue l'angle d'incidence, en tournant la planchette, jusqu'à ce que l'image vienne à disparaître. La planchette porte un index (v. Fig. 2) qui glisse sur un arc divisé; en lisant l'angle d'incidence sur cet arc on peut calculer la clarté de l'objet. Mais il est plus commode de lire le degré de clarté directement; c'est pourquoi j'ai ajouté les cinq échelles. On lit le résultat sur la première échelle,

<sup>1</sup> L'énoncé n'est tout à fait vrai que si on peut considérer les rayons entrant par la feute  $F$  comme parallèles. Dans le cas contraire, l'image reste visible un peu de temps et elle se déplace un peu par suite du déplacement de la glace II.

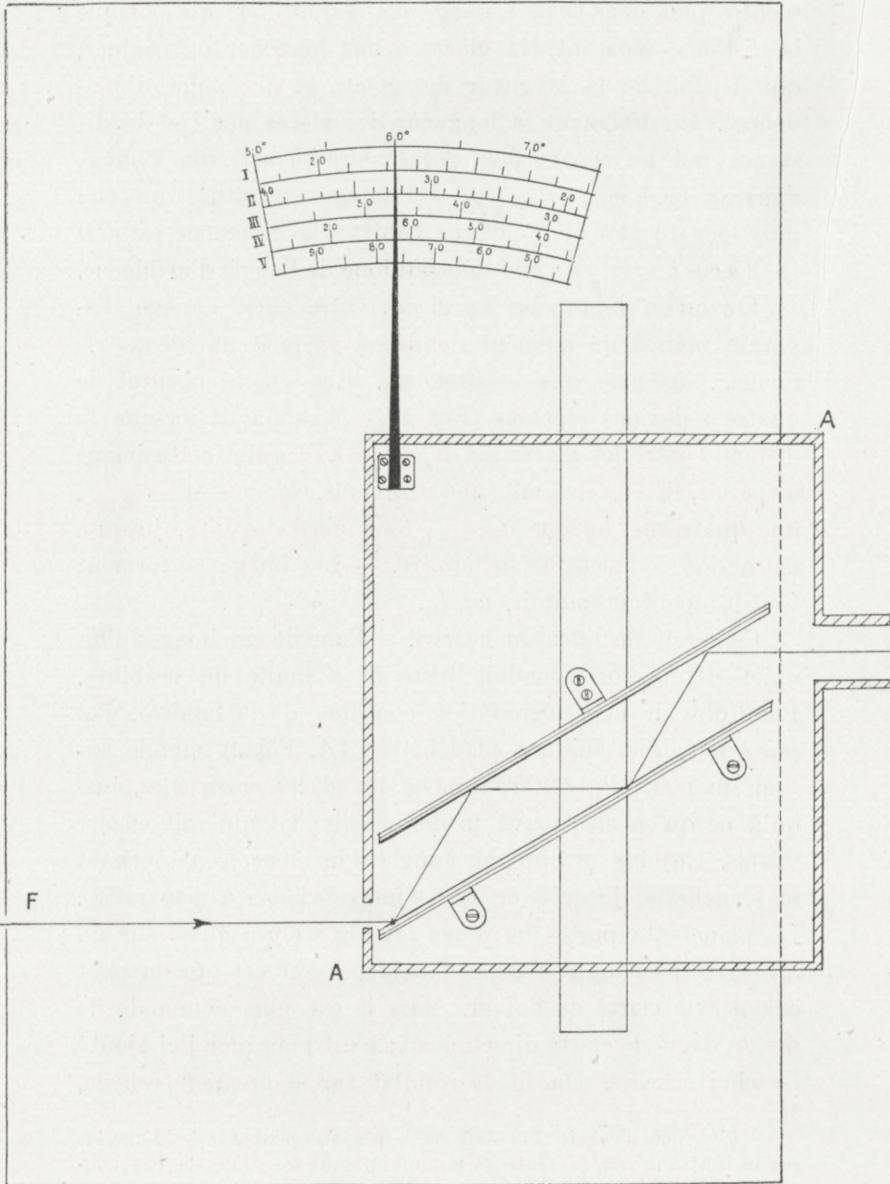


Fig. 2.



lorsque c'est la première image qu'on éteint, la deuxième échelle correspond à la deuxième image etc.

On sait que la sensibilité de l'œil varie beaucoup avec la clarté environnante. Aussi est-il très important que l'éclairage de la pièce, dans laquelle on travaille, soit toujours le même et qu'on n'entreprenne les mensurations, qu'après être resté une demi-heure dans la pièce. L'éclairage du jour étant trop variable, j'ai choisi un bon éclairage artificiel. La pièce dans laquelle je travaillais, était longue de 6 m., large de 5 m. 20, haute de 1 m. 70. Elle était éclairée par 5 lampes de 32 bougies, placées à 2 m. du sol sous un réflecteur blanc. Le plafond était blanc et les murs peints en clair. L'objet à mesurer était dans une pièce voisine; il envoyait sa lumière dans l'appareil, à travers une ouverture pratiquée dans la porte de communication entre les deux pièces. Les glaces étaient placées dans une boîte noircie pour éviter la lumière étrangère, car la présence de celle-ci gêne beaucoup la mensuration. Il peut être difficile de l'éviter complètement, mais on peut tourner la difficulté, en éteignant les lampes au moment où on commence la mensuration, à la condition de ne pas les laisser éteintes plus d'une minute ou deux. Il se passe toujours un peu de temps avant qu'on ait fini la mensuration. Il en résulte quelque incertitude dans le résultat, car l'état de l'œil commence à changer aussitôt qu'on regarde dans la boîte noire ou qu'on fasse l'obscurité dans la pièce. Aussi faut il finir la mensuration assez vite; si on n'a pas fini au bout d'une minute ou deux, il faut rallumer et recommencer après quelques minutes. Il ne faut pas se faire une idée exagérée sur l'exactitude de telles mensuration — en général on est obligé de faire plusieurs mesures et en prendre la moyenne — mais il ne faut pas oublier que les mesures photométriques ordinaires ne sont pas non plus très exactes, surtout lorsque les lumières à comparer sont d'une intensité très différente et peut être pas exactement de la

même couleur. — La fente verticale, *F*, à travers laquelle j'observais l'objet avait une hauteur de 6 cm. et une largeur de 1 cm. La distance de l'image de la fente à l'œil variait entre 51 mm. et 41 mm., de sorte que l'étendue angulaire moyenne était de  $1^{\circ},2 \times 7^{\circ},2$ . La longueur de l'image de la fente dépassait donc de beaucoup ce que j'appellerai le centre du champ visuel. On sait que la sensibilité dans cette partie, dont l'étendue est de environ  $2^{\circ}$ , est, à des éclairages faibles, de beaucoup inférieure à celle du reste du champ; à l'éclairage très faible il existe un véritable scotome central. Si l'objet qu'on examine remplit toute la fente, l'étendue de l'image est de beaucoup trop grande, pour qu'elle puisse disparaître dans le scotome central. Il en est de même avec des objets qui ne remplissent pas la fente complètement comme la flamme d'une bougie ou de la lampe Hefner, à condition de ne pas les éloigner trop de la fente. En général la sensibilité est plus faible dans les environs du scotome que plus loin vers la périphérie. Aussi doit-on regarder assez loin de l'image, lorsque celle-ci devient très faible. On commence par faire défiler les images, jusqu'à ce qu'on ait trouvé la plus faible qui soit encore visible. On fixe ensuite un point loin de l'image et on commence à tourner la planchette avec les glaces, ce qui force à déplacer en même temps la glace mobile un peu, pour maintenir l'image visible. Par suite de ce déplacement l'image se déplace aussi un peu, ce qui en facilite l'observation. S'il s'agit d'étudier la sensibilité au centre, on diminue la hauteur de la fente, par exemple en appliquant contre elle une fente horizontale de mêmes dimensions.

Je dirai encore quelques mots sur l'échelle que j'ai adoptée. J'ai pris comme unité la clarté qui est tout juste visible, l'orsque l'œil est adapté à un bon éclairage artificiel. On verra plus tard que le degré de clarté d'une feuille de papier blanc éclairée par une bougie à 1 m. de distance est



de  $c = 3,3$ . La clarté de la feuille est alors  $10^{3,3}$ . En désignant par  $x$  la distance à laquelle le papier aurait la clarté 1, on aurait la proportion  $\frac{10^{3,3}}{1} = \frac{x^2}{1 \text{ m.}^2}$ , donc  $x = \sqrt{10^{3,3}} = 45 \text{ m.}$  L'unité de clarté est donc la clarté d'une feuille de papier éclairée par une bougie à 45 m. Sur l'échelle logarithmique que j'ai adoptée (v. les tab. I, II et III) le zéro correspond au degré de clarté de cette feuille, puisque  $10^0 = 1$ . Si la clarté est plus faible, on ne peut pas voir l'objet dans les conditions énoncées, mais si on reste quelque temps dans l'obscurité, l'œil gagne de sensibilité et arrive peut-être à le voir. Si la clarté de l'objet était un dixième de l'unité, son degré de clarté serait de  $-1$ , puisque  $\frac{1}{10} = 10^{-1}$ . La partie négative de l'échelle correspond donc à des clartés trop faibles pour être distingués dans les conditions énoncées.

Les astronomes se servent d'une échelle analogue pour indiquer la grandeur (magnitudo,  $m$ ), c'est-à-dire la clarté, des étoiles. L'échelle, d'origine purement arbitraire, a plus tard été fixée, de sorte que la clarté d'une étoile d'une certaine grandeur soit 2,514 fois plus grande que celle d'une étoile de la classe précédente<sup>1</sup>. Ainsi la clarté d'une étoile de V<sup>e</sup> grandeur est 2,514 fois plus grande que celle d'une étoile de VI<sup>e</sup> grandeur; une étoile de IV<sup>e</sup> grandeur aurait une clarté de  $2,514^2$ , une étoile de III<sup>e</sup> grandeur une clarté de  $2,514^3$  fois plus grande qu'une étoile de VI<sup>e</sup> grandeur. On voit que c'est le même principe, que j'ai adopté avec la différence que j'ai remplacé le chiffre de 2,514 par 10. Les astronomes ont adopté leur chiffre pour obtenir une gradation, qui correspondît à peu près à leur classification empirique, laquelle date de temps immémoriaux. Le chiffre a l'avantage d'avoir un logarithme simple (0,4). Bien que les raisons des astronomes n'aient pas la même importance pour les oculistes, j'aurais pu adopter leur échelle, si ce n'était

<sup>1</sup> Pour les renseignements astronomiques voir G. MÜLLER. Die Photometrie der Gestirne, Leipzig 1897.



pas, qu'elle mène à des conséquences bizarres. La première classe de grandeur devrait comprendre toutes les étoiles les plus brillantes. Mais il se trouvait qu'il y avait parmi celles-ci des étoiles bien plus brillantes que d'autres, qu'on avait pourtant toujours comptées comme appartenant à la première classe. Celles-là ont donc une grandeur située entre 0 et 1, la grandeur de Capella est ainsi de 0,2. Mais Sirius est encore bien plus brillant. En continuant l'échelle cette étoile aurait une grandeur de  $-1,7$ ; la grandeur de la lune serait de  $-11,77$ , celle du soleil de  $-26,5$ . Sur l'échelle des astronomes la plupart des objets terrestres auraient ainsi des valeurs négatives. Le placement du zéro des astronomes ne serait pas non plus bien commode pour nous. Mais il peut y avoir de l'intérêt de pouvoir passer de l'une échelle à l'autre. Les astronomes mettent la clarté apparente de la lune à 1,07 fois celle de la flamme d'une bougie. La grandeur de la lune est de 11,77, sa clarté par conséquent  $2,514^{11,77}$  fois plus grande que celle d'une étoile de la grandeur zéro. La clarté de la flamme est alors  $\frac{2,514^{11,77}}{1,07} = 2,514^{11,68} = 10^{0,4 \cdot 11,68} = 10^{4,67}$  fois plus grande que celle d'une étoile de grandeur zéro. On verra plus tard que le degré de clarté de la flamme d'une bougie est de  $c = 7,2$ . Il en résulte que le zéro des astronomes est situé à  $c = 7,2 - 4,67 = 2,53$  sur mon échelle. Le degré de clarté d'une étoile de grandeur  $m$  est alors  $c = 2,53 - m \cdot 0,4$ . Pour les étoiles de VI<sup>e</sup> grandeur qui sont les plus faibles qu'on puisse voir à l'œil nu, on a  $c = 0,13$ ; leur clarté correspond donc d'assez près à l'unité physiologique.

Il peut aussi être intéressant de comparer une clarté donnée avec celle d'une feuille de papier éclairée par une ou plusieurs bougies. La clarté d'une feuille de papier, éclairée par une bougie à 1 m. est de  $10^{3,3}$ . En éclairant la feuille avec  $n$  bougies à  $a$  mètres de distance, sa clarté devient  $\frac{10^{3,3 \cdot n}}{a^2}$ , son degré de clarté par conséquent  $c = 3,3 + \log n - 2 \log a$ .

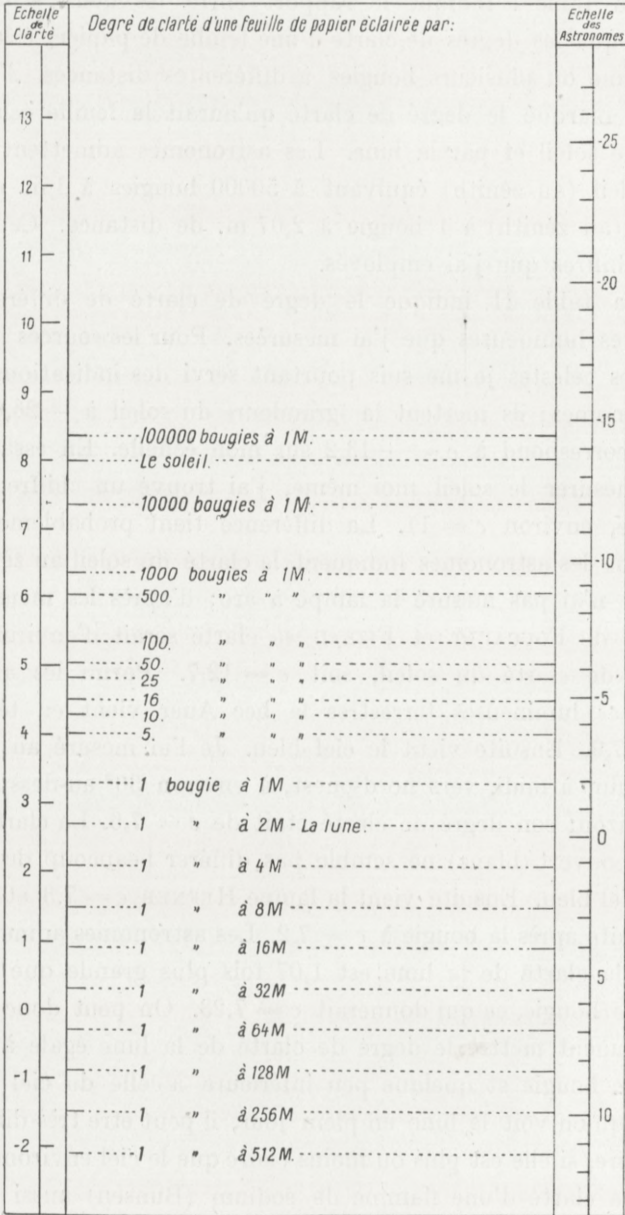


Table I.



La table I indique le rapport entre les deux échelles, ainsi que les degrés de clarté d'une feuille de papier, éclairée par une ou plusieurs bougies à différentes distances. J'y ai aussi marqué le degré de clarté qu'aurait la feuille éclairée par le soleil et par la lune. Les astronomes admettent que le soleil (au zénith) équivaut à 50000 bougies à 1 m. et la lune (au zénith) à 1 bougie à 2,07 m. de distance. Ce sont ces chiffres que j'ai employés.

La table II indique le degré de clarté de différentes sources lumineuses que j'ai mesurées. Pour les sources lumineuses célestes je me suis pourtant servi des indications des astronomes; ils mettent la «grandeur» du soleil à  $-26,6$ , ce qui correspond à  $c = +13,2$  sur mon échelle. En essayant de mesurer le soleil moi même, j'ai trouvé un chiffre plus faible, environ  $c = 11$ . La différence tient probablement à ce que les astronomes indiquent la clarté du soleil au zénith. — Je n'ai pas mesuré la lampe à arc; d'après les mensurations de FOUCAULT et FIZEAU sa clarté serait d'environ un tiers de clarté du soleil, soit  $c = 12,7$ . Parmi les autres sources lumineuses terrestres le bec Auer vient en tête à  $c = 7,9$ . Ensuite vient le ciel bleu. Je l'ai mesuré au mois de juin, à midi, vers nord-ouest, à environ  $30^\circ$  au-dessus de l'horizon; son degré de clarté était de  $c = 7,6$ . La clarté du ciel couvert (blanc) ne semble pas différer beaucoup de celle du ciel bleu. Ensuite vient la lampe HEFNER  $c = 7,3$  et tout de suite après la bougie à  $c = 7,2$ . Les astronomes admettent que la clarté de la lune est 1,07 fois plus grande que celle d'une bougie, ce qui donnerait  $c = 7,23$ . On peut donc pratiquement mettre le degré de clarté de la lune égale à celle d'une bougie et quelque peu inférieure à celle du ciel bleu. Lorsqu'on voit la lune en plein jour, il peut être très difficile de dire, si elle est plus ou moins claire que le ciel environnant. — La clarté d'une flamme de sodium (Bunsen) aussi forte que j'ai pu me la procurer, correspondait à  $c = 5,6$ , le bec

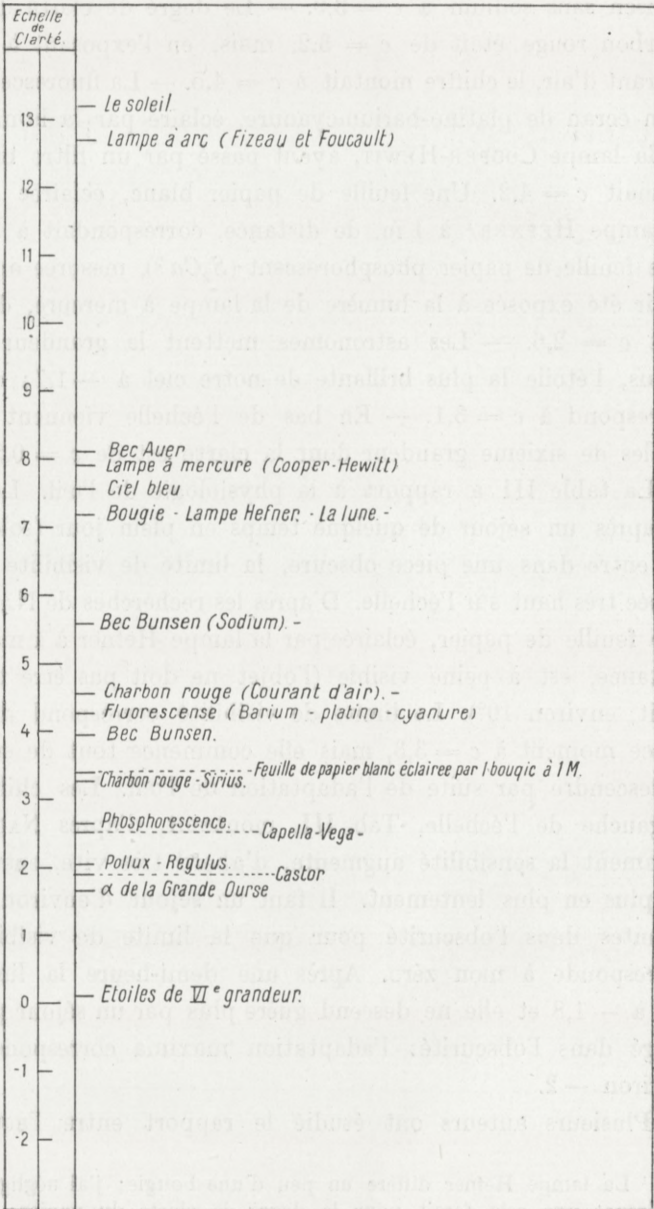


Table II.



Bunsen sans sodium à  $c = 3,9$ . — Le degré de clarté d'un charbon rouge était de  $c = 3,2$ , mais, en l'exposant à un courant d'air, le chiffre montait à  $c = 4,5$ . — La fluorescence d'un écran de platino-bariumcyanure, éclairé par la lumière de la lampe COOPER-HEWIT, ayant passé par un filtre bleu, donnait  $c = 4,2$ . Une feuille de papier blanc, éclairée par la lampe HEFNER<sup>1</sup> à 1 m. de distance, correspondait à 3,3. Une feuille de papier phosphorescent ( $S_2Ca?$ ), mesurée après avoir été exposée à la lumière de la lampe à mercure, donnait  $c = 2,6$ . — Les astronomes mettent la grandeur de Sirius, l'étoile la plus brillante de notre ciel à  $-1,7$ ; cela correspond à  $c = 3,1$ . — En bas de l'échelle viennent les étoiles de sixième grandeur dont la clarté est de  $c = 0,2$ .

La table III a rapport à la physiologie de l'œil. Lorsqu'après un séjour de quelque temps en plein jour (soleil), on entre dans une pièce obscure, la limite de visibilité est située très haut sur l'échelle. D'après les recherches de NAGEL une feuille de papier, éclairée par la lampe Hefner à 1 m. de distance, est à peine visible (l'objet ne doit pas être trop petit, environ  $10^\circ$ ). La limite de visibilité correspond donc en ce moment à  $c = 3,3$ , mais elle commence tout de suite à descendre par suite de l'adaptation de l'œil. Les chiffres à gauche de l'échelle, Tab. III, montrent, d'après NAGEL, comment la sensibilité augmente, d'abord très vite, ensuite de plus en plus lentement. Il faut un séjour d'environ 10 minutes dans l'obscurité pour que la limite de visibilité corresponde à mon zéro. Après une demi-heure la limite est à  $-1,8$  et elle ne descend guère plus par un séjour prolongé dans l'obscurité: l'adaptation maxima correspond à environ  $-2$ .

Plusieurs auteurs ont étudié le rapport entre l'acuité

<sup>1</sup> La lampe Hefner diffère un peu d'une bougie; j'ai négligé la différence que cela ferait pour le degré de clarté du papier; elle n'atteint que la deuxième décimale de la valeur de  $c$ .

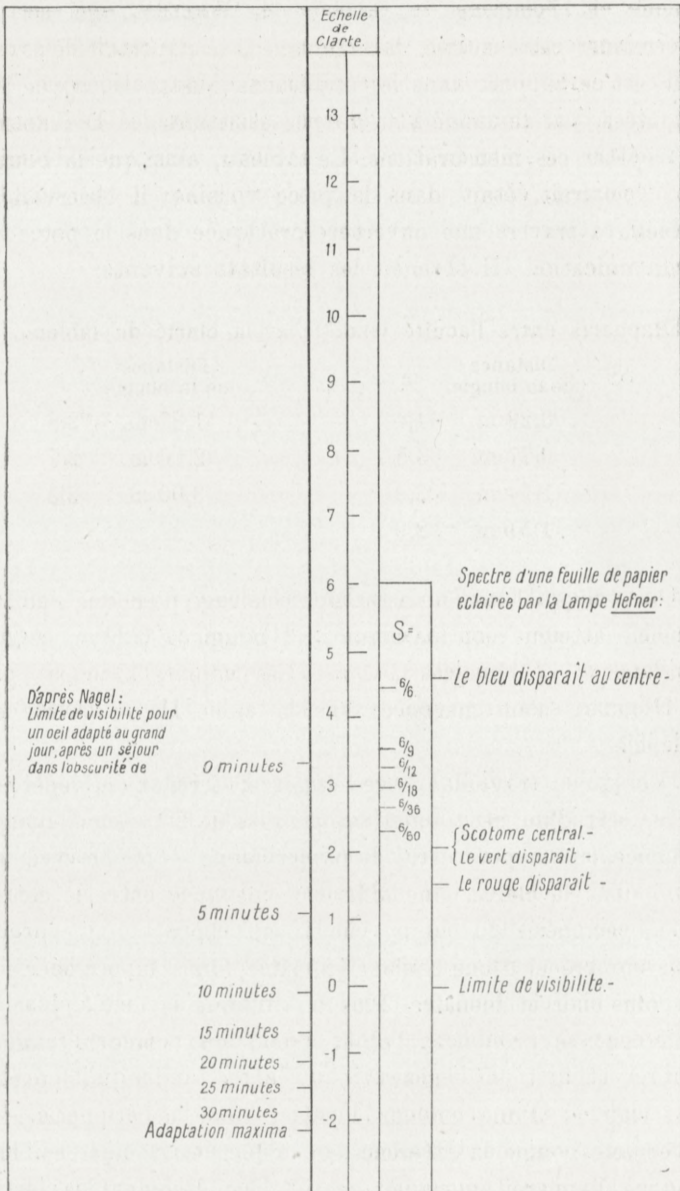


Table III.



visuelle et l'éclairage du tableau de SNELLEN, qui sert à déterminer cette acuité. Mais comme il m'importait de savoir quel est ce rapport dans les conditions d'adaptation que j'ai adoptées, j'ai demandé à un de mes assistants, le D<sup>r</sup> KIÆLBY, de répéter ces mensurations. Le tableau, ainsi que la bougie qui l'éclairait, était dans la pièce voisine; il observait le tableau à travers une ouverture pratiquée dans la porte de communication. Il obtenait les résultats suivants:

Rapports entre l'acuité visuelle et la clarté du tableau.

$S$	Distance de la bougie	$c$	$S$	Distance de la bougie	$c$
$6/6$	0,29 m.	4,4	$6/24$	1,87 m.	2,8
$6/9$	0,77 m.	3,5	$6/36$	2,10 m.	2,7
$6/12$	1,14 m.	3,2	$6/60$	3,00 m.	2,3
$6/18$	1,51 m.	2,9			

On voit qu'il faut un assez bon éclairage pour que l'acuité visuelle atteigne son maximum, :1 bougie à 0,29 m. ce qui équivaut à 12 bougies à 1 m. Les valeurs obtenues par M. KIÆLBY sont marquées sur la table III, à droite de l'échelle.

Lorsqu'en travaillant avec l'appareil à réflexions répétées, on se sert d'un petit objet (au dessous de  $2^\circ$ ) — une bougie éloignée ou un petit carré de papier blanc — on observe, en diminuant la clarté, une différence marquée entre le centre et la périphérie du champ visuel: au centre l'objet paraît plus sombre et d'une couleur jaunâtre, dans la périphérie il est plus clair et bleuâtre. Plus on diminue la clarté, plus la différence se prononce; l'objet prend une couleur orangée sombre et finit par disparaître au centre, tandis qu'il paraît très clair et d'une couleur bleuâtre dans la périphérie. — Avec une bougie la différence de couleur était déjà sensible, lorsque l'appareil marquait  $c = 3$ . En désignant la clarté de la bougie par  $A$ , la clarté de l'image était en ce moment

$\frac{A}{10^3}$ , et comme  $A = 10^{7,2}$  (v. le table II), la clarté de l'image était de  $10^{4,2}$ . C'est donc à un degré de clarté  $c = 4,2$  qu'on commence à distinguer la différence entre le centre et la périphérie. — Il y a quelque difficulté à déterminer exactement le degré de clarté, à partir duquel l'objet disparaît complètement au centre. Il se forme un véritable scotome central, mais dans les conditions ordinaires de la vie, nous avons tout intérêt à l'éviter: on donne au regard une petite déviation qui fait que l'image se forme sur une partie de la rétine, voisine de la partie aveugle. Nous sommes tellement habitués à cette petite manœuvre, qu'elle se fait à notre insu. A mesure que la lumière baisse, le scotome grandit et devient plus facile à observer: une fois son existence constatée, on réussit en général à maintenir l'image dans le scotome, tout en augmentant la clarté quelque peu. Il se produit alors une singulière chasse-croisée: on réussit à faire disparaître l'image, mais l'œil fait aussitôt un petit mouvement involontaire qui fait émerger l'image au bord du scotome; elle semble fuir devant le regard: un nouveau mouvement volontaire pour la faire disparaître est tout de suite suivi d'un mouvement involontaire qui la fait réapparaître et ainsi de suite. Un observateur exercé trouve ainsi souvent la limite située un peu plus haut qu'une personne qui fait l'observation pour la première fois. — La bougie disparaissait au centre, mais avec difficulté, lorsque l'appareil marquait 5,3; le degré de clarté de l'image au moment de sa disparition était donc de  $c = 7,2 - 5,3 = 1,9$ . Un petit morceau de papier blanc, éclairé par une bougie à 25 cm., avait un degré de clarté de  $c = 4,4$ ; il disparaissait au centre, lorsque l'appareil marquait 2,3. Le degré de clarté de l'image au moment de disparaître était par conséquent  $c = 2,1$ . On peut donc mettre la limite à environ  $c = 2$ . — Avec les étoiles je n'atteins pas tout à fait cette limite. J'arrive à faire disparaître  $\alpha$  de la Grande Ourse ( $c = 1,7$ ) et peut-être Castor ( $c = 1,9$ ),



mais je n'arrive pas avec Pollux ( $c = 2$ ) et Regulus ( $c = 2$ ). Je crois que cela tient à ce que le scotome soit si petit et notre habileté à l'éviter si grande, que l'observation devient très difficile, lorsqu'on se rapproche de la limite; avec les étoiles nous n'avons pas la ressource qui nous servait tout à l'heure, de diminuer la clarté pour l'augmenter, une fois le scotome trouvé. — A travers un verre bleu, même pas très foncé, aucune étoile n'est visible au centre.

D'après les mensurations du D<sup>r</sup> KIELBY, l'acuité visuelle de  $\frac{6}{60}$  correspond à  $c = 2,2$ . C'est, à très peu de chose près, le même degré de clarté auquel le scotome central devient absolu, ce qui correspond bien au fait qu'avec un bon éclairage, l'acuité descend à  $\frac{6}{60}$ , aussitôt qu'on fixe à côté du tableau. — D'autre part en diminuant la clarté, l'acuité commence à baisser au même degré de clarté ( $c = 4,2$ ), où le bleu disparaît au centre. Il est donc probable que si l'acuité commence à baisser, malgré que l'éclairage soit encore relativement bon, c'est que le scotome central commence à se faire sentir à un éclairage bien supérieur à celui auquel il devient absolu.

Pour étudier d'un peu plus près les phénomènes dont je viens de parler, j'ai fermé l'ouverture pratiquée dans la porte de communication entre mes deux pièces avec une feuille de papier noir, percée d'une fente, haute de 25 mm. et large de 6 mm. En face de la fente, dans la chambre voisine, il y avait un écran blanc, éclairé par la lampe HEFNER. — Je regardais la fente, à une distance de 1 m., à travers un prisme de flint de  $60^\circ$ . Les dimensions angulaires du spectre ne dépassaient pas  $2^\circ$ . En faisant rapprocher ou éloigner la lampe de l'écran, je pouvais faire varier l'intensité du spectre à volonté. — J'éteignais les lampes de la pièce dans laquelle je me tenais, au moment de faire l'observation qui ne durait pas plus de 2 minutes. — Dans le spectre de la flamme elle-même, la partie bleue et violette avait une étendue d'environ

un tiers de la longueur totale, et ses couleurs étaient très intenses. Mais, dans le spectre du papier, le bleu était si faible en vision directe, que j'étais obligé de rapprocher la lampe à une distance de 10—15 cm. de l'écran pour l'apercevoir. A 20—25 cm. de distance le bleu disparaissait complètement au centre, le spectre s'allongeant presque de moitié par suite de l'apparition de l'extrémité bleue, lorsque je regardais à côté. — La marche des observations était la suivante:

Distance de la lampe	c	
20 cm.	4,7 4,3	Le bleu disparu au centre. Le spectre s'allonge presque de moitié en vision indirecte. En fixant près du spectre, le vert bleu semble bleu, mais le vert pur garde bien sa couleur.
25 cm.		
50 cm.	3,9	En fixant à 9 cm. au dessus du spectre, toute la partie verte présente une couleur de bleu d'argent. En fixant plus près, la couleur verte apparaît.
1 m.	3,3	Au centre on voit le rouge (le jaune) et le vert; le bleu fait défaut. Région paracentrale. Le spectre s'allonge, la partie verte est de couleur bleue d'argent, de sorte que le spectre se présente sous la forme d'une bande bleue avec une extrémité rouge. Périphérie. Bande bleue d'argent sans rouge.
3 m.	2,3	Au centre on ne voit que le rouge, le reste est invisible. Région paracentrale. On aperçoit le rouge avec une bande de vert très mince. Ensuite. Bande bleue d'argent avec une extrémité rouge. Périphérie. Bande bleue d'argent sans rouge.
0,5 HEFNER à 3 m.	2,0	(Sans prisme la fente disparaît avec difficulté au centre, facilement, si je me place à 4 m. de distance.) Le spectre disparaît au centre. Dans la région paracentrale on voit du rouge et peut-être une trace de vert. Dans la périphérie: bande bleue d'argent sans rouge.
0,3 HEFNER à 3 m.	1,8	(Sans prisme la fente disparaît au centre.) Avec le prisme le spectre disparaît au centre; près du centre on voit encore une trace de rouge. — Partout ailleurs bande bleue d'argent.



Distance de la lampe	$c$	
0,2 HEFNER à 3 m.	1,65	Peut-être une trace de rouge, près du centre.
0,05 HEFNER à 3 m.	1	Pas trace de rouge.

Tant que l'objet est bien éclairé, on voit donc le spectre dans toute son étendue et avec ses couleurs habituelles, aussi bien dans le centre que dans une grande partie du champ visuel.<sup>1</sup> Lorsque l'intensité baisse, le bleu disparaît au centre. Ensuite le rouge commence à disparaître dans les parties périphériques, tandis que la partie verte du spectre prend ici la couleur bleue d'argent. La partie dans laquelle on distingue le rouge et le vert se rétrécit de plus en plus, mais avant que le rétrécissement ait atteint le centre, la macula devient insensible à la lumière. Il y a alors une partie centrale dans laquelle on ne voit rien, une partie paracentrale dans laquelle on distingue le rouge et peut-être aussi le vert, et la périphérie où la partie verte (et bleue) du spectre a pris la couleur bleue d'argent, tandis que le rouge a disparu sans laisser de traces. A  $c = 1$  à  $1,5$  le rouge disparaît complètement; le reste du spectre est visible partout avec la couleur bleue d'argent, excepté au centre où on ne voit rien. — Les chiffres à droite, tab. III ont rapport à ces observations. — Je voudrais attirer l'attention sur le fait que la limite, où le rouge cesse d'être visible ( $c = 1$  à  $1,5$ ), est située bien au dessous de la limite de visibilité d'un œil qui vient d'avoir été exposé au grand jour ( $c = 3.3$ ). Une fois habitué à l'obscurité on distingue donc très bien les couleurs dans le spectre d'un objet qu'on ne voyait pas du tout au premier moment. C'est donc à tort, si on a prétendu qu'il n'y a pas d'adaptation pour les couleurs.

<sup>1</sup> On sait que les bords diffèrent du reste du champ; je les ai laissés de côté dans ce travail.

Dans ce qui précède j'ai exposé comment j'ai essayé d'obtenir quelques données numériques concernant les particularités de la vision à faible éclairage. S'il ne s'agit que de démontrer l'existence de ces particularités, on n'a pas besoin d'appareils bien compliqués. La cécité partielle du centre pour le bleu s'observe très bien en éclairant simplement un petit morceau de papier blanc avec une bougie à 3—4 m. de distance. En ouvrant les yeux après les avoir tenus fermés pendant quelques secondes, on voit directement le scotome sous forme d'une tache irrégulière, plus sombre que le fond. Dans cette tache on voit le papier avec une couleur orangée, par suite de la suppression du bleu. Dans la périphérie le papier paraît bleuâtre par suite de la suppression du rouge et le changement de couleur des rayons verts. En éloignant la bougie à 12 ou 13 m. le papier disparaît au centre. — On se procure une lumière bleue, intense, de petite étendue (lampe à mercure avec un filtre bleu, masqué par un écran dans lequel on a percé une ouverture de 1 à 2 cm. de diamètre). En regardant à travers un réseau de Rowland, on voit une série de taches bleues, d'intensité décroissante, correspondant aux spectres de 1<sup>e</sup>, 2<sup>e</sup> etc. ordre. Les plus claires de ces taches s'assombrissent au centre, les autres y disparaissent. On n'a pas besoin de l'obscurité complète pour faire cette observation. En fixant un point donné on peut, en tournant le réseau, déplacer la tache de manière à l'amener à passer par le point de fixation. La tache s'éteint avant d'atteindre celui-ci, pour réapparaître à une petite distance de l'autre côté. — Les particularités du spectre faible s'observent très bien de la manière suivante. On projette le spectre de la lampe à arc sur un écran blanc au moyen d'un réseau, en laissant la moitié inférieure du spectre se former sur un morceau de velours noir, tendu sur l'écran. On obtient ainsi deux spectres d'intensité très différente. Le spectre supérieur a son aspect ordinaire; dans le spectre inférieur qui est très



faible, le rouge fait complètement défaut — la partie où il devrait être situé est noire — et le maximum d'intensité est placé dans le vert bleu et non pas dans le jaune ou jaune-verdâtre comme dans le spectre supérieur. Le spectre faible a la même couleur grisâtre dans toute son étendue; dans une chambre noire il se présenterait après un peu de temps sous la forme d'une bande brillante de couleur bleue d'argent, par suite de l'adaptation de l'œil.

Avant d'essayer de donner une explication de ces phénomènes je dirai quelques mots sur ce qu'on appelle l'adaptation de l'œil. Le terme me paraît mal choisi. Il implique l'idée que l'état de l'œil plus ou moins habitué au grand jour, représente pour ainsi dire son état normal. On se figure que l'œil s'habitue à l'obscurité et gagne ainsi de sensibilité. Il est plus naturel de se figurer que l'œil reposé est en possession de toutes ses facultés et qu'il en perd quelques-unes, lorsqu'il a été fatigué par suite de l'action de la lumière. Au lieu de parler de l'œil adapté ou non adapté à l'obscurité, il conviendrait de parler de l'œil reposé ou fatigué.

Parmi les phénomènes mentionnés ici, ce sont les particularités de la vision au centre qui ont le plus attiré l'attention. On sait que la couche sensible de la rétine se compose de deux espèces d'organes, les cônes et les bâtonnets. Les bâtonnets font défaut dans la partie de la rétine qui correspond aux centre du champ visuel. En mettant ce fait en rapport avec l'infériorité du centre à faible éclairage, on a créé la théorie dite de duplicité (PARINAUD, v. KRIESS). Suivant cette théorie les cônes fonctionneraient au grand jour et seraient les organes de la vision des couleurs, tandis que les bâtonnets serviraient à faible éclairage et seraient les organes de l'adaptation; l'impression produite par ces derniers serait toujours incolore (bleu d'argent). — Mais l'hypothèse que les bâtonnets seraient seuls les organes de

l'adaptation n'est pas soutenable. Nous avons déjà vu que l'adaptation comprend aussi la vision des couleurs; la table III montre aussi que le centre n'est pas dépourvu d'adaptation: la limite de visibilité descend de  $c = 3,3$  à  $c = 2$  ou  $2,2$ , par suite d'un séjour de dix minutes dans l'obscurité.<sup>1</sup> — D'autres, se basant sur la cécité du centre pour le bleu, ont conclu à un rapport entre les bâtonnets et la vision de cette couleur. Mais si les bâtonnets seuls étaient les organes de la vision du bleu, cette vision devrait faire complètement défaut au centre, ce qui n'est nullement le cas.

Je crois que l'explication est tout autre; je pense, que la cécité du centre pour le bleu est simplement dûe à la coloration jaune de la macula, la partie de la rétine qui correspond au centre du champ visuel. Cette explication, que MAXWELL avait déjà donnée, a été un peu abandonnée, parce qu'on a, pendant quelque temps, à mon avis à tort, eu une tendance à croire que la coloration jaune n'était qu'un phénomène cadavérique. Les travaux de ces dernières années (CHEVALLEREAU et POLACK, DIMMER, VOIGT, LOTTRUP-ANDERSEN, EWALD, etc.) me semblent avoir suffisamment démontré l'existence de cette coloration dans l'œil vivant. Le matin, au réveil, on la voit parfois en regardant le plafond bien éclairé (les rideaux ouverts) sous la forme d'une tache d'une belle couleur jaune, à bords diffus. — Si le plafond n'est pas bien éclairé (les rideaux fermés), on voit la papille en même temps que la macula; elles se présentent comme deux taches sombres, dont celle correspondant à la macula est un peu plus petite que l'autre. — Ce sont toutes les couches de la rétine, excepté celle des cônes et des bâtonnets, qui sont colorées en jaune. Ces couches doivent

<sup>1</sup>  $c = 2$  n'est pas la limite extrême de l'adaptation du centre. Une tache blanche sur fond noir ne disparaît complètement que lorsque la bougie est à 12 ou 13 m., ce qui correspond à  $c = 1,1$ . Si on admet que la limite extrême est à  $c = 0,8$ , la sensibilité du centre serait environ 1000 fois moindre que celle de la périphérie.



donc agir comme un filtre jaune, placé devant la couche sensible. La coloration est très prononcée sur une petite étendue correspondant à peu près à 2°; de là elle se perd peu à peu dans la partie environnante de la rétine.

La présence de la coloration à la macula suffit, à mon avis, à expliquer toutes les particularités que présente le centre du champ visuel, lorsque l'éclairage baisse. Le centre est aveugle pour le bleu, parce que le filtre jaune absorbe les rayons de cette couleur; le scotome n'est pourtant pas absolu: lorsque la lumière bleue est très forte, l'absorption ne suffit pas à l'éteindre. — Il faut se figurer l'œil reposé («adapté») doué d'une sensibilité extrême aux rayons bleus et vert-bleus, sensibilité qui diminue très vite sous l'influence de la lumière. Comme la couche jaune protège la partie centrale de la rétine contre ces rayons, le centre est aveugle, tant que l'éclairage est très faible. Lorsque celui-ci augmente, la sensibilité de la périphérie aux rayons plus réfrangibles s'émousse; en même temps que les rayons moins réfrangibles, que la couche jaune n'arrêtent guère, commencent à agir au centre. C'est à cet éclairage qu'une tache blanche, sur fond noir paraît jaune au centre, bleuâtre dans la périphérie. Lorsque l'éclairage croît encore, la sensibilité de la périphérie aux rayons plus réfrangibles s'émousse encore plus, et ces mêmes rayons commencent à traverser la couche jaune de la macula; leur action est relativement forte à cette endroit, dont la sensibilité n'a pas souffert. En même temps l'action des rayons moins réfrangibles s'étend de plus en plus vers la périphérie. C'est ainsi que la différence entre le centre et la périphérie s'efface au grand jour. — Rentré dans l'obscurité l'œil reprend peu à peu sa grande sensibilité aux rayons bleus et vert-bleus, mais le centre n'en profite que peu, parce que le pigment jaune absorbe ces rayons en grande partie. C'est là la raison pourquoi

«l'adaptation» du centre est si peu prononcée. — PURKINJE a le premier remarqué qu'à faible éclairage les objets rouges paraissent très sombres en comparaison avec les objets verts et bleus.<sup>1</sup> On a discuté la question à savoir pourquoi «le phénomène de PURKINJE» n'existe pas au centre. C'est une simple conséquence de la cécité du centre pour le bleu.

En tenant compte de la coloration de la macula, on obtient, il me semble, une explication satisfaisante de tous les phénomènes en question, si d'accord avec les idées de TH. YOUNG, on admet l'existence de trois substances sensibles à la lumière, la substance *R*, donnant la sensation du rouge, la substance *V*, donnant la sensation du vert, et la substance *B*, donnant la sensation du bleu — à la condition d'admettre que la substance *B* soit beaucoup plus sensible et en même temps beaucoup moins résistante à la lumière que les deux autres. Les courbes de la fig. 3 indiquent, d'une façon schématique, comment il faut se figurer l'action des différents rayons du spectre sur les trois substances, à différents degrés d'intensité. Les abscisses indiquent la longueur d'onde. I, II et III se rapportent à l'œil non reposé. Tant que l'intensité est très faible, ce n'est que la substance *B* qui est impressionnée (III). A l'intensité croissante les substances *R* et *V* entrent en jeu (II) et gagnent bientôt la prépondérance (I). — IV montre comment la sensibilité de la substance *B* augmente par suite d'un séjour dans l'obscurité.

Au milieu de la fovea il y a, comme on sait, un petit endroit où toutes les autres couches de la rétine font défaut, il n'y que les cônes et leurs grains. Comme cette partie n'est pas aveugle<sup>2</sup>, on est forcé de considérer les cônes comme

<sup>1</sup> La différence de couleur des objets verts et bleus disparaît en même temps.

<sup>2</sup> La vision de cette partie présente d'ailleurs certaines particularités, auxquelles je me propose de revenir.



des organes percepteurs de la lumière, si toutefois la perception doit avoir lieu dans la rétine. Et comme nous pouvons distinguer toutes les couleurs avec cette partie, nous sommes

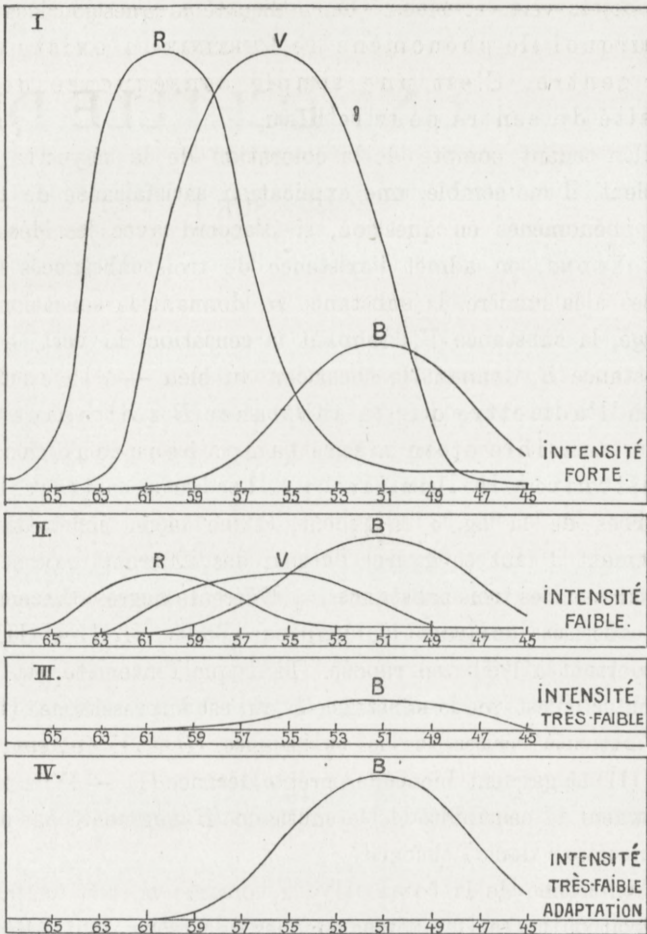


Fig. 3.

forcés de placer les trois substances en question dans les cônes. Pour les bâtonnets on ne peut pas faire valoir un raisonnement analogue; il n'y a aucune partie de la rétine, dépourvue de cônes, avec laquelle nous pouvons distinguer

la lumière. On peut donc se demander, si les bâtonnets sont réellement des organes percepteurs. Je ne crois pas le moment venu de décider cette question; je dirai seulement qu'aucun des phénomènes mentionnés dans ce travail ne me semble l'indiquer. A ce propos il convient peut-être de rappeler que HELMHOLTZ, quand il écrivait son *Optique physiologique*, était de l'avis que seuls les cônes étaient des organes percepteurs, opinion qu'il modifiait dans la deuxième édition de son ouvrage célèbre, probablement par suite de la découverte du pourpre rétinien par BOLL. C'est l'anatomiste MAX SCHULTZE qui le premier a émis l'idée que les bâtonnets doivent servir à la vision à faible éclairage. Il pensait avoir trouvé que les yeux des animaux nocturnes sont dépourvus de cônes, mais cette observation ne semble pas se vérifier au moins pas pour les animaux supérieurs.

---





DET KGL. DANSKE  
VIDENSKABERNES SELSKABS SKRIFTER  
8<sup>DE</sup> RÆKKE

NATURVIDENSKABELIG OG MATHEMATISK AFDELING

	Kr. Ø.
I., 1915—1917 .....	10,75
1. PRYTZ, K. og J. N. NIELSEN: Undersøgelser til Fremstilling af Normaler i Metersystemet grundet paa Sammenligning med de danske Rigsprototyper for Kilogrammet og Meteren. 1915 .....	1,55
2. RASMUSSEN, HANS BAGGESGAARD: Om Bestemmelse af Nikotin i Tobak og Tobaksextrakter. En kritisk Undersøgelse. 1916 .....	1,75
3. CHRISTIANSEN, M.: Bakterier af Tyfus-Coligruppen, forekommende i Tarmen hos sunde Spædkalve og ved disses Tarminfektioner. Sammenlignende Undersøgelser. 1916 .....	2,25
4. JUEL, C.: Die elementare Ringfläche vierter Ordnung. 1916 .....	0,60
5. ZEUTHEN, H. G.: Hvorledes Mathematiken i Tiden fra Platon til Euklid blev en rationel Videnskab. Avec un résumé en français. 1917 ....	8,00
II., 1916—1918 (med 4 Tavler) .....	11,50
1. JØRGENSEN, S. M.: Det kemiske Syrebegrebs Udviklingshistorie indtil 1830. Efterladt Manuskript, udgivet af OVE JØRGENSEN og S. P. L. SØRENSEN. 1916 .....	3,45
2. HANSEN-OSTENFELD, CARL: De danske Farvandes Plankton i Aarene 1898—1901. Phytoplankton og Protozoer. 2. Protozoer; Organismer med usikker Stilling; Parasiter i Phytoplanktonter. Med 4 Figurgrupper og 7 Tabeller i Teksten. Avec un résumé en français. 1916	2,75
3. JENSEN, J. L. W. V.: Undersøgelser over en Klasse fundamentale Uligheder i de analytiske Funktioners Theori. I. 1916 .....	0,90
4. PEDERSEN, P. O.: Om Poulsen-Buen og dens Teori. En Experimentalundersøgelse. Med 4 Tavler. 1917 .....	2,90
5. JUEL, C.: Die gewundenen Kurven vom Maximalindex auf einer Regelfläche zweiter Ordnung. 1917 .....	0,75
6. WARMING, EUG.: Om Jordudløbere. With a Résumé in English. 1918	3,65
III., (under Pressen).	
1. WESENBERG-LUND, C.: Furesøstudier. En bathymetrisk-botanisk zoologisk Undersøgelse af Mølleaaens Søer. Under Medvirkning af Oberst M. J. SAND, Mag. J. BOYE PETERSEN, Fru A. SEIDELIN RAUNKJÆR og Mag. sc. C. M. STEENBERG. Med 7 bathymetriske Kort, 7 Vegetationskort, 8 Tavler og ca. 50 i Teksten trykte Figurer. Avec un résumé en français. 1917 .....	22,00



# MATHEMATISK-FYSISKE MEDDELELSER

UDGIVNE AF

DET KGL. DANSKE VIDENSKABERNES SELSKAB

1. BIND:

Kr. ø.

1. CHRISTIANSEN, C.: Experimentalundersøgelser over Gnidningselektricitetens Oprindelse. VI. 1917 ..... 0.25
  2. KNUDSEN, MARTIN: Fordampning fra Krystaloverflader. 1917.. 0.25
  3. BRØNSTED, J. N., og PETERSEN, AGNES: Undersøgelser over Omdannelsen af reciproke Saltpar, samt over Benzidin-Benzidinsulfat-Ligevægten. Affinitetsstudier XI. 1917..... 0.60
  4. ANDERSEN, A. F.: Sur la multiplication de séries absolument convergentes par des séries sommables par la méthode de Cesàro. 1918. 0.90
  5. BRØNSTED, J. N.: En thermodynamisk Relation mellem Blandingsaffiniteterne i delvis mættede Opløsninger og dens Anvendelse til Affinitetsbestemmelse. Affinitetsstudier XII. 1918..... 0.90
  6. NIELSEN, NIELS: Recherches sur les polynomes d'Hermite. 1918. 1.75
  7. PEDERSEN, P. O.: Om Townsends Teori for Stødionisation. 1918. 0.30
  8. KØHL, TORVALD: Stjernesked over Danmark og nærmeste Omlande 1913—1917 ..... 0.30
  9. TSCHERNING, M.: Moyens de contrôle de verres de lunettes et de systèmes optiques en général ..... 0.45
-